

10 класс

Задача 1. Андрей и Борис бегают по круговой дорожке, причём Андрей бежит по часовой стрелке, а Борис — против. Если Андрей увеличит свою скорость в три раза, мальчики начнут встречаться в полтора раза чаще. Во сколько раз чаще они станут встречаться, если свою скорость увеличит в три раза Борис?

Задача 2. Из квадрата 5×5 вырезали четыре угловые клетки. Сколько существует способов разрезать оставшуюся фигуру на прямоугольники 1×3 ?

Задача 3. Число называется палиндромом, если оно совпадает с числом, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке. Сколько существует четырёхзначных чисел-палиндромов, делящихся на 15?

Задача 4. На координатной плоскости отмечены все точки, у которых обе координаты натуральные и не превосходят 3. За один ход разрешается назвать любые три вещественных числа a , b и c ($a \neq 0$) и удалить все отмеченные точки, которые лежат на графике функции $y = ax^2 + bx + c$. За какое наименьшее число ходов можно удалить все отмеченные точки?

Задача 5. В стране есть 20 прямых автотрасс. Любые две автотрассы пересекаются, и на их пересечении расположен город. Через город A проходит семь из этих автотрасс, через город B — четыре, через город C — три, а через каждый из оставшихся городов — по две. Сколько городов в этой стране?

Задача 6. Биссектрисы углов B и D вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на его диагонали AC . На прямой DA отметили точку E такую, что вершина A является серединой отрезка DE . Докажите, что описанная окружность треугольника DBE касается прямой DC .

За полное решение каждой задачи дается 7 баллов.

10 класс

Задача 1. Андрей и Борис бегают по круговой дорожке, причём Андрей бежит по часовой стрелке, а Борис — против. Если Андрей увеличит свою скорость в три раза, мальчики начнут встречаться в полтора раза чаще. Во сколько раз чаще они станут встречаться, если свою скорость увеличит в три раза Борис?

Задача 2. Из квадрата 5×5 вырезали четыре угловые клетки. Сколько существует способов разрезать оставшуюся фигуру на прямоугольники 1×3 ?

Задача 3. Число называется палиндромом, если оно совпадает с числом, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке. Сколько существует четырёхзначных чисел-палиндромов, делящихся на 15?

Задача 4. На координатной плоскости отмечены все точки, у которых обе координаты натуральные и не превосходят 3. За один ход разрешается назвать любые три вещественных числа a , b и c ($a \neq 0$) и удалить все отмеченные точки, которые лежат на графике функции $y = ax^2 + bx + c$. За какое наименьшее число ходов можно удалить все отмеченные точки?

Задача 5. В стране есть 20 прямых автотрасс. Любые две автотрассы пересекаются, и на их пересечении расположен город. Через город A проходит семь из этих автотрасс, через город B — четыре, через город C — три, а через каждый из оставшихся городов — по две. Сколько городов в этой стране?

Задача 6. Биссектрисы углов B и D вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на его диагонали AC . На прямой DA отметили точку E такую, что вершина A является серединой отрезка DE . Докажите, что описанная окружность треугольника DBE касается прямой DC .

За полное решение каждой задачи дается 7 баллов.