9-2

№1. Т.к. 13 лет назад Маше с братом вместе было столько лет, сколько сейчас брату, то брату сейчас минимум 14 лет (т.к. если ему 13 и меньше, то 13-13=0 ⇒ он еще не родился)
если сейчас брату 14 лет, то 2 года назад ему было 12 ~~года~~ лет, а возраст брата и Маши вместе 13 лет назад был равен 14 годам, то брату было 14-13=1 год, а Маше: 14-1=13 лет, разница между 13-1=12 лет, а 2 года назад брату было как раз тоже 12 лет ⇒ если сейчас брату 14 лет, а Маша старше его на 12 лет, то Маше сейчас 26 лет.
$\boxed{\text{Ответ}}$: 26 лет.

№2. максимальное 19-значное число: 999...9
минимальное 19-значное число: 100...0
1) сумма цифр минимального: 1+00...0=1
произведение цифр: 1·0·0...·0=0
$1\neq0$
2) сумма цифр максимального числа: 9+9+9...+9 = 171
произведение: $9\cdot9\cdot9...\cdot9=9^{19}$ $9^{19}>171$ $9^{19}\neq171$
⇒ 1) если в числе есть хотя бы один „0", то его произведение будет =0, а сумма ≠0 (т.к. число не может начинаться на „0")
2) если ~~в~~ число состоит из всех одинаковых цифр, то их произведение будет равно n^{19} (умножение числа на само себя ⇒ степень)
3) из пункта 2) следует, что если число будет состоять из единиц, то его ~~про~~ произведение его цифр = 1, а сумма = 19
если число будет состоять из любых всех одинаковых цифр (кроме 0), то ~~его~~ произведение его цифр всегда будет больше суммы

значит, нужно подобрать такие цифры чтобы при умножении их 2 или 3 раза на само себя их сумма и произведение ~~все~~ ~~семь~~ были бы с небольшой разницей, т.е. (например $2\cdot2=4$ и $2+2=4$), также в числе должна быть цифры „1", т.к. они не меняют произведение, но увеличивают сумму, и не должно быть „9"/„8"/„7"/„6"/„5" т.к. они ~~увели~~ сильно увеличивают произведение, но несильно увеличивают сумму:

1) $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1\cdot1\cdot\ldots\cdot1$

сумма цифр $= 2\cdot4+1\cdot(19-4)=23$

произведение $= 2^4\cdot1^{15}=16$ $\quad 16<23$

т.к. произведение < суммы, значит нужно одну из цифр увеличить на единицу:

2) $3\cdot2\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1\cdot\ldots\cdot1$

сумма цифр $=3+2\cdot3+1\cdot(19-4)=24$

произведение $=3\cdot2^3\cdot1^{15}=24$ $\quad 24=24$

сумма цифр числа 3222111111111111111 равна произведению его цифр (цифры можно расположить в любой последовательности)

$\Rightarrow$ такое число существует

$\boxed{\text{Ответ}}$: да, существует.

№3. чтобы стереть по одной стороне каждого маленького треугольничка ~~по~~ за минимальное количество ходов необходимо разбить треугольники на максимально возможное количество пар (т.к. максимальное количество треугольников с 1 общей стороной — 2); после этого у каждой пары стираем их общую сторону, до тех пор, пока останутся лишь одиночные треугольнички, у них стираем по одной любой стороне. В итоге, максимальное количество пар треугольничков — 6 пар $\Rightarrow$ для того, чтобы у 12 треугольничков исчезло по 1 стороне, необходимо стереть 6 сторон (сделать 6 ходов), оста мутся 4 треугольничка без пара $\Rightarrow$ у ~~них~~ каждого стираем по одной стороне, т.е. делаем 4 хода

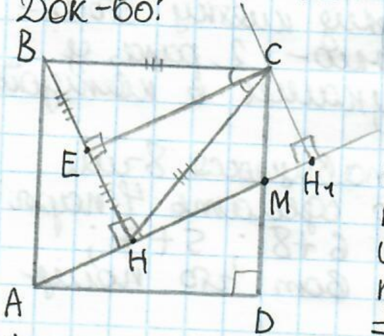
6 ходов + 4 хода = 10 ходов — минимально

Ответ: 10 ходов

№5. Дано: □ABCD, $CM = MD$, ~~$\angle BHA = 90$~~, BH — перпендикуляр, $\angle BCE = \angle HCE$ (CE — биссектриса $\angle BCH$)

Док-ть: $AM \parallel EC$

Док-во:



1) из вершины C опустим перпендикуляр на прямую AM в точку H_1
$BH \parallel CH_1$, т.к. $\angle CH_1A = \angle BHA$ (соответствующие углы при секущей AM) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CEH = \angle ECH_1$ (односторонние углы при секущей CE и прямых $BH \parallel CH_1$)
и $\angle ECH_1 = \angle BEC$ (накрестлежащие углы при секущей CE и прямых $BH \parallel CH_1$)
$\Rightarrow \angle BEC = \angle CEH$

2) рассмотрим ΔBCE и ΔHCE:
1. $\angle BEC = \angle CEH$ (из вышедоказанного)
2. $\angle BCE = \angle HCE$ (по условию)
3. $EC = EC$ (EC — общая сторона)

$\Rightarrow \Delta BCE = \Delta HCE \Rightarrow BC = CH$, значит ΔBCH — равнобедренный, а в равнобедренном треугольнике биссектриса является также высотой и медианой $\Rightarrow BE = EH$ и $\angle BEC = 90^\circ = \angle CEH$

3) $\angle ECH_1 = 90^\circ = \angle EHH_1$
т.к. $\angle CEH = \angle ECH_1$, а $\angle ECH_1 = 90^\circ$ (из вышедоказанного)

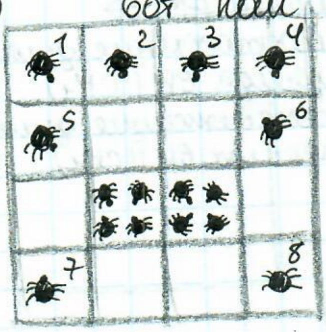
4) т.к. в четырёхугольнике ECH_1H противолежащие углы попарно равны (все равны 90°) то этот четырёхугольник является параллелограммом, а в параллелограмме противолежащие стороны попарно равны и параллельны $\Rightarrow EC \parallel HH_1$, а HH_1 лежит на прямой AM $\Rightarrow EC \parallel AM$

#

№6. 1) максимальное количество жуков в одной клетке — 4 штуки (4 жука, каждый из которых находился в клетке с ~~об~~ 1 общей стороной клетку, куда он потом переместился: жук-хозяин этой клетки перебежал на другую соседнюю)

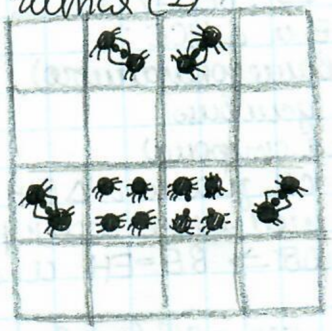
чтобы получить в результате максимальное количество пустых клеток жуки должны перемещатся так: сначала максимальное количество жуков в одну клетку столько раз, сколько это возможно — 2 раза, у нас 2 клетки с 4-мя жуками в каждой вот как это выглядит (1)

(1)



теперь из оставшихся 8-ми жуков нужно сделать 4 пары по 2 жука: 6+8; 5+7; 1+3; 2+4 и вот что получится (2)

(2)



свободных клеток получилось 10

Ответ: 10 клеток

№4. Ответ: ~~любое нечётное~~ 1

100 — число чётное

если складывать числа: чёт + чёт = чёт

чёт + нечёт = нечёт

нечёт + нечёт = чёт

1) допустим, что ~~цифры~~ числа, записанные в промежутке от 2 до n — все нечётные и если всех их сложить, то получится нечётное число, тогда, прибавив к ним 1+2 у нас ~~тоже~~ получится ~~не~~чётное (3 - нечёт + нечёт = нечёт.), если же мы получим чётное число, то

прибавить к нему 3 у нас получится нечётное
(чет.+ нечет.= нечет.)
значит если сумма чисел в промежутке от
2. до n чётная, то необходимо убрать ~~любое~~
„1"
если сумма чисел нечётная, то убрать „2"

Ответ: или 1, или 2